

Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário mundial: análise dos trabalhos no 14º grupo de estudo do Comitê Internacional de Educação Matemática – Study Group, 14 - ICMI

^{1,2}Ana Luisa Fantini Schmitt & ¹Maria Salett Biembengut

1. Departamento de Matemática. Centro de Ciências Exatas e Naturais. Universidade Regional de Blumenau. Rua Antônio da Veiga, 140 CEP: 89010-971 Blumenau/SC – Brasil. salett@furb.br

2. Bolsista programa PIBIC/CNPq – 2006/2007. analuisa@al.furb.br

Resumo: Nesta pesquisa teve como propósitos inteirar do Documento de Discussão elaborado pelo Grupo de Estudo do ICMI e mapear as pesquisas sobre Aplicações e Modelagem Matemáticas apresentadas na Conferência Internacional organizada por este Grupo em 2004 e publicados em 2007. O mapeamento foi abordado em três enfoques: estudo do Documento de Discussão para identificar as tendências de Aplicações e Modelagem e mapa das pesquisas apresentadas na Conferência e verificação de convergências entre as pesquisas. Para isso, após estudo do Documento e da produção de Biembengut sobre Modelagem Matemática, a partir do resumo de cada um dos 49 artigos apresentados no Grupo – Study Group, 14 e a partir da descrição e dos objetivos apresentados, classificou-os, identificando dois tipos de pesquisas: pesquisa com aplicação em sala de aula (28) e pesquisa teórica (21), baseadas em documentos ou trabalhos acadêmicos. As pesquisas em sala de aula foram classificadas e organizadas em tabela em 5 categorias: Ensino Primário (5), Ensino Fundamental e Médio (12), Educação Superior (8) e Formação de Professores (3). Pelo Documento, verificou-se que as Aplicações e Modelagem Matemática têm ganhado adeptos e defensores em níveis oficiais de Educação, em quase todos os países devido à possibilidade de promover aos jovens melhores conhecimentos e habilidades em utilizá-los. Sintetizou-se os resultados nas seguintes vantagens para a relação ensino e aprendizagem: processo cognitivo; aplicabilidade e utilidade matemática; pesquisa acadêmica e aprendizagem e nas dificuldades: formação do professor e avaliações promovidas por órgãos oficiais. Essas condições remetem aos pesquisadores, a comunidade e aos burocratas educacionais promover esforço conjunto para mudar a cultura de sala de aula: concepções, crenças e atitudes dos professores da Educação Básica e Superior.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Mapeamento, Ensino e Aprendizagem.

1. Introdução

O International Commission on Mathematics Instruction (ICMI), criado em 1908 em Roma, sob a presidência de Felix Klein, está estruturado como comissão especial da International Mathematics Union (IMU), organização não governamental (ONG), reconhecida pelas Nações Unidas por meio da UNESCO. O ICMI entre suas atividades realiza estudos sobre Educação Matemática e, periodicamente, elege um tema específico para estudo cujos resultados são debatidos no Congresso Internacional de

Educação Matemática – ICME que se realiza de 4 em 4 anos (Sítio eletrônico do ICMI, 2006). O primeiro congresso internacional (ICME) ocorreu em 1968. A importância dos congressos internacionais de Educação Matemática, uma área tão ampla e com características de universalidade está na possibilidade de identificar coincidências nas questões sobre ensino e aprendizagem e integrar as pesquisas trazendo benefícios a toda a unidade internacional.

Em 1983, o ICMI lançou série de estudos para investigar assuntos significantes à teoria e à prática da Educação Matemática. O objetivo não foi de encontrar solução para todos os problemas

educacionais, mas servir de guia sobre o tema em questão. O primeiro estudo do ICMI aconteceu de 1983 a 1986 pelo Comitê Executivo do ICMI liderado pelo Presidente Jean-Pierre Kahane. Na organização de um estudo, o tema é decidido pelo Comitê Executivo do ICMI e posteriormente, é feita a nomeação de um pesquisador para a coordenação e convidados pesquisadores para compor o Grupo: o International Program Committee – IPC.

A primeira tarefa do IPC é a elaboração de um Documento de Discussão para determinar as etapas do estudo: identificação, apresentação e discussão preliminar do tema abordando os assuntos-chave e sub-temas relacionados com o estudo. Este Documento é publicado e divulgado internacionalmente e veiculado em jornais e revistas especializadas na área, inclusive no Boletim L'Enseignement Mathématique (órgão oficial do ICMI). A segunda tarefa do IPC é convidar um número limitado (50 a 100) de pesquisadores na área para participar de uma Conferência de Estudo, um fórum de trabalho para analisar e debater o tema em questão. Entre os participantes estão pesquisadores com experiência internacional na área e, também, iniciantes com idéias promissoras e de contextos, regiões, tradições e culturas diferentes. Finalmente, o resultado das contribuições apresentadas e discutidas nesta Conferência Internacional são publicadas pela ICMI Study Series Editors. O período para cada estudo é de 4 anos. Desde 1983 dezessete estudos foram organizados pelo ICMI. No ano de 2000, foi eleito o 14o tema: Aplicações e Modelagem em Educação Matemática e 12 pesquisadores foram convidados para compor o Grupo de Estudo (n.a.: *Os membros do IPC eleitos para este estudo foram: Werner BLUM (University of Kassel, Germany), coordenador do estudo, Claudina Alsina (University of technology, Barcelona, Spain), Maria Salett BIEMBENGUT (University of Blumenau, Brazil), Nicolas BOULEAU (Ecolé Nationale des Ponts et Chaussées, Marne-la-Vallée, France), Jere CONFREY (University of Texas-Austin, USA), Peter GALBRAITH (University of Queensland, Brisbane, Australia), Toshikazu IKEDA (Yokohama National University, Japan), Thomas LINGEFJARD (Gothenburg University, Sweeden), Eric MULLER (Brock University, St.Catharines, Canadá), Mogens NISS (Roskilde University, Denmark), Lieven VERSCHAFFEL (University of Leuven, Belgium), Shangzhi WANG (Capital Normal University, Beijing, China). Bernard R. HODGSON (Université Laval, Québec, Canada), ex-oficial, representante do ICMI Comitê Executivo, Hans-Wolfgang HENN (University of Dortmund, Germany), coordenadora da Conferência).*

A primeira reunião presencial desse grupo ocorreu em agosto de 2001 em Kassel (Alemanha), momento em que elaboraram o Documento de

Discussão sobre Aplicações e Modelagem na Educação Matemática. O propósito do Documento foi o de levantar algumas questões importantes relacionadas à teoria e à prática do ensino e da aprendizagem da Modelagem Matemática e aplicações e, em particular, estimular reações e contribuições a essas questões (Discussion Document, 2002). Esse documento foi encaminhado para diversos pesquisadores na área de quase todos países e divulgado pelos membros do IPC e também, por meio dos veículos de comunicação do ICMI. Os interessados em participar da Conferência – fórum – onde seria debatido o documento, deveriam enviar um artigo apresentando alguma pesquisa relevante. Assim, em fevereiro de 2004 foi realizada a Conferência na University of Dortmund (Alemanha). Além dos membros do IPC compareceram 49 pesquisadores de 33 países. A Conferência compunha-se de palestras plenárias, reuniões em grupos de trabalho e apresentação das pesquisas inscritas. Cada coordenador de grupo, membro do IPC, deveria coordenar um grupo composto por participantes que inscreveram suas pesquisas (convidando os respectivos autores). As contribuições apresentadas nessa Conferência foram publicadas no livro ICMI Study 14: Applications Modelling in Mathematics Education. Study Conference in Dortmund, em 2007 organizado pelo IPC, cujo conteúdo refletiu o que há de mais atual no tópico de Modelagem e Aplicações na Educação Matemática e apontou diretrizes para desenvolvimentos futuros de pesquisa e prática. Como os 49 artigos tratam de pesquisas nos mais diversos níveis de ensino em 33 países dos cinco continentes com realidades sócio-econômicas e culturais distintas e que estes textos foram escritos apoiados no Documento de Discussão do IPC, levantou-se algumas questões: Quais são as tendências da modelagem no cenário educacional internacional? Quais são as similaridades e diferenças de concepção e implementação da modelagem no ensino? Quais são as dificuldades e possibilidades da modelagem matemática do ensino em cada país? Espera-se que as respostas sobre estas questões permitam, em outra instância, delinear um mapa referência da modelagem no cenário educacional internacional e assim, situar o mapa referência no ensino brasileiro.

2. Material e Métodos

O mapeamento da pesquisa foi abordado em três enfoques. Primeiro, fez-se estudo do Documento

de Discussão para tomar ciência e identificar as principais pontuações e tendências da Modelagem Matemática no cenário mundial. Segundo, mapeou as pesquisas apresentadas na Conferência do Study Group 14, em 2004 (resumos - apêndice). As fontes foram os artigos impressos em 2004 e publicados em livro em 2007: fez-se a leitura dos resumos para identificar objeto ou foco da pesquisa; organizou-os procurando constar informações que foram necessárias para a análise destes, como país em que foi realizada a pesquisa, público alvo, número de participantes, objeto da pesquisa; e identificou os pontos relevantes de cada pesquisa apresentada nos artigos. Terceiro, se verificou a existência de fatores convergentes entre as pesquisas. O quadro 1, no apêndice, apresenta uma categorização destes trabalhos, que permitiu e pode ainda permitir um outro sistema de representação na medida em que se encontrar meios de explicitá-lo. “A ilusão da transparência só é credível através da eliminação ou neutralização do meio, veículo ou mediador da apresentação” (SANTOS, 2001, p.192).

Uma vez classificadas e organizadas, procurou-se explicitar os fatos que se apresentavam, buscando identificar tendências, similaridades e diferenças de forma a permitir melhor compreensão dos dados levantados. Para isso, após estudo do Documento e da produção de Biembengut sobre Modelagem Matemática, a partir do resumo de cada um dos 49 artigos apresentados no Grupo - Study Group, 14 a partir da descrição e dos objetivos apresentados, classificou-os, identificando dois tipos de pesquisas: pesquisa com aplicação em sala de aula (28) e pesquisa teórica (21), baseadas em documentos ou trabalhos acadêmicos. As pesquisas em sala de aula foram classificadas e organizadas em tabela em 5 categorias: Ensino Primário (5), Ensino Fundamental e Médio (12), Educação Superior (8) e Formação de Professores (3) conforme o Quadro 2 no apêndice.

A identificação das tendências da Modelagem e Aplicações apresentadas pelo IPC e as pontuações dos resultados das pesquisas apresentadas nos 49 artigos permitiram à autora desta pesquisa efetuar um mapa referência em primeira instância e compreender o valor, as vantagens e desvantagens da Modelagem e Aplicações no Ensino. “Tanto o método como à teoria estão presentes na identificação científica dos objetos a analisar, mas os métodos predominam no processo de detecção, ao passo que as teorias predominam de reconhecimento” (SANTOS, 2001, p.235).

3. Resultados e Discussão

Nesta pesquisa, teve como propósitos se inteirar do Documento - Discussion Document - elaborado pelo Grupo de Estudo do Committee International Mathematics Education - ICMI e analisar as pesquisas sobre aplicações e modelagem matemáticas apresentadas na Conferência Internacional de Aplicações & Modelagem organizada pelo Grupo, em fevereiro de 2004 e que foram publicadas, na forma de livro, no ano de 2007.

O Documento de Discussão elaborado pelo Grupo de Estudo em agosto de 2001, apresenta algumas questões relacionadas à teoria e a prática de ensino e aprendizagem matemática a partir da Modelagem e Aplicações como métodos e a partir das questões instiga a contribuição de pesquisadores para este fim. O Documento, dividido em 5 tópicos, apresenta breve reflexão sobre o ensino e a aprendizagem de matemática, nos mais diversos níveis de escolaridade; justifica a modelagem e as aplicações como um caminho para melhorar o conhecimento e a habilidade do estudante; conceitua e estrutura a modelagem e as aplicações na Educação Matemática e sugere questões guias para pesquisa.

No cenário internacional o debate sobre Aplicações e Modelagem na Educação Matemática ocorre desde o início do século XX, com um movimento chamado “utilitarista”, definido como aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade que impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema. Dentre os eventos encontra-se o Lausanne Symposium, em 1968, que tinha por tema “como ensinar matemática de modo que seja útil”, com situações do cotidiano do aluno e não aplicações 'padronizadas', mas que favorecesse a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações da realidade. (D'Ambrosio, 1998). Os problemas do cotidiano sugerem ou incorporam algum conceito ou regra matemática para solução. E os modelos matemáticos desempenham papel importante nas diversas áreas e, sobremaneira, auxilia e acelera o aumento de conhecimento devido a disponibilidade das tecnologias.

No atual Estudo do Programa Internacional para Avaliação de Estudantes (PISA) da Organização para Cooperação Econômica e Desenvolvimento (OECD) vem sendo verificada a “alfabetização matemática” ou seja, a capacidade de uma pessoa identificar e entender o papel da matemática no mundo, para tomar decisões fundamentadas e de

forma a atender às necessidades da vida das demais pessoas. Isto significa que a ênfase no PISA é o conhecimento matemático posto em uso funcional em uma variedade de situações e contextos. Assim, 'matematizar' situações reais, bem como, interpretar, refletir e validar resultados matemáticos da realidade são processos essenciais ao resolver problemas voltados à alfabetização (Niss, Blum e Huntley 1991). Os resultados do primeiro ciclo do PISA do ano 2000, publicados em 2001, contribuíram para aumentar a discussão, em vários países, sobre a finalidade e a formulação do ensino de matemática nas escolas e, especialmente, sobre o papel da Modelagem Matemática e Aplicações relacionadas à natureza, à sociedade ou à cultura, incluindo a vida cotidiana, bem como, os assuntos de escola, as disciplinas científicas e os estudos diversos da matemática. Segundo Niss, Blum e Huntley (1991), o ponto de partida da Modelagem Matemática é uma situação-problema estruturada de acordo com o conhecimento e interesse do solucionador do problema, que chega a um modelo real da situação. Usar matemática para resolver problemas do mundo real geralmente é chamado aplicar matemática. Durante a última década, a expressão "Modelagem e Aplicações" tem sido cada vez mais utilizada para denotar todas as relações entre o mundo real e a matemática (Biembengut e Hein, 2007).

Segundo Blum et al (2004), Aplicações e Modelagem na Educação Matemática constitui-se em duas dimensões: domínio significativo dentro do qual Aplicações e Modelagem são manifestadas e níveis educacionais dentro dos quais Aplicações e Modelagem matemática podem ser ensinadas e aprendidas. Os autores fazem explanações sobre o domínio significativo em três enfoques, assim denominado: domínio de entendimento de aplicações e modelagem; domínio de sala de aula e domínio do sistema. Na segunda dimensão, níveis educacionais explicitam sobre os níveis educacionais que podem ser adotadas (primário, secundário, terciário e o nível de educação de professores). Defendem que uma das razões do uso de aplicações e modelagem no ensino e na aprendizagem de matemática é que se assume que seria desejável que estudantes fossem capazes de realizar, fora da sala de aula, Aplicações e Modelagem em relação a outras áreas de conhecimento e diferentes contextos.

Essa defesa que emerge de resultados de diversas pesquisas realizadas em diversos países em todos os continentes, instigam outras tantas questões, algumas delas, carentes de respostas. Dentre as questões levantadas pelo Grupo encontram-se: em

que medida a competência em aplicações e modelagem pode ser transferida para o uso entre outras áreas e contextos? Que experiências de ensino e aprendizagem são necessárias ou adequadas a fomentar tal capacidade de transferência? Estas questões apresentadas consistem de duas partes: uma, de natureza política, prática ou intelectual e a outra, de perguntas específicas para identificar alguns aspectos cruciais do desafio. Baseados nisso, os autores do Grupo de Estudo apresentaram um conjunto de questões que permitiram conduzir o estudo e, posterior relato e publicação em livro, agrupadas em 9 tópicos: epistemologia, problemas de aplicação; crenças, atitudes e emoções; currículo e objetivos; pedagogia da modelagem; implementação sustentada; avaliação e impactos tecnológicos. Destaca-se que cada questão guia subdivide-se em outras tantas. Estas questões contidas no Documento permitiram ao Grupo de Estudo do ICMI mapear o que há de mais atual da teoria e da prática, em pesquisa e desenvolvimento de aplicações e modelagem em Educação Matemática e documentá-las; identificar deficiências na pesquisa e pontos fracos e estimular atividades adicionais de pesquisa e desenvolvimento. Segundo Blum et al "documentar em uma área tão complexa e difícil de observar como o ensino e aprendizagem de aplicações matemáticas, que abrange uma grande variedade de versões do mundo real fora da matemática, requer estrutura e forma de contextualizar o tópico e de reduzir a complexidade a um nível compreensível e tratável" (BLUM et al 2004, p.16).

As pesquisas apresentadas mostram que a Modelagem Matemática e as Aplicações têm ganhado a cada dia mais, adeptos e defensores em níveis oficiais de Educação, em quase todos os países devido a possibilidade de promover aos jovens, desse milênio em particular (jovens da geração tecnológica), melhores conhecimentos e habilidades em utilizá-los. Apontam para vantagens da Modelagem Matemática e Aplicações Matemática para o processo de ensino e aprendizagem de estudantes e professores em todos os níveis, mas também, dificuldades em torná-la um método na Educação Formal. A autora e a coordenadora desta pesquisa sintetizaram os resultados em dois focos: vantagens para a relação ensino e aprendizagem e dificuldades em torná-la uma prática de sala de aula. Passa-se a descrição.

1º foco: Vantagens para a relação ensino e aprendizagem: Sintetiza-se em quatro razões a

defesa pela Modelagem e Aplicações Matemáticas: processo cognitivo – modelos mentais; aplicabilidade e utilidade matemática; pesquisa acadêmica e aprendizagem.

- Processo cognitivo & modelos mentais.

Cada sensação ou percepção, que se tem do meio, faz gerar na mente imaginação e idéias, que a partir da compreensão e do entendimento, podem transformar-se em significado, modelo, portanto, conhecimento. Conhecimento que permite formar imagens e conceitos; criar objetos; dar a forma, a cor, o sentido ao mundo que se vive. Ou seja, uma vez compreendidas e explicadas as percepções ou informações, a mente humana busca traduzi-las ou representá-las por meio de símbolos e/ou modelos. Essas representações mentais, símbolos e/ou modelos, podem ser internas e externas. (Biembengut, 2007).

As representações internas são aquelas que se constrói no sistema cognitivo para a compreensão do meio em que vive, sendo uma forma de sobrevivência, e as externas são aquelas que se consegue expressar ou produzir externamente como pinturas, fotografias, objetos, etc. (Biembengut, 2007). Esse processo, que ocorre desde os primeiros meses de vidas, trata-se de uma enorme tarefa de aprendizado, mas que é alcançada tão suavemente, tão inconscientemente, que sua imensa complexidade mal é percebida. (SACKS, 1995, p. 141). Conforme Engel e Vogel (2007), modelos ou representações externas são mediadores entre o fenômeno à frente e as atividades mentais do problema a resolver. Estes modelos podem ser construídos pela própria razão cognitiva ou para propostas externa de comunicação de nossas idéias e conceitos com outros. Blum e Niss (1991) afirmam que a construção de modelos mentais significa a consciência e a possibilidade interada na passagem através do ciclo da Modelagem. Aparentemente, o sistema cognitivo é de tal forma que as raízes do processo de modelar talvez estejam muito mais fundas: "pensar é uma forma de ação, e com muitas pessoas o poder de formar quadros mentais é limitado pela sua capacidade de estabelecer modelos de coisa imaginada" (CHILDE, 1971, p. 47).

O processo cognitivo consiste em variar as observações e as medidas, em formular hipóteses verificáveis, ou seja, em saber discernir os elementos essenciais da situação observada. Processos que serão tanto mais refinados quanto maior for a vivência e a experiência de cada pessoa. A mágica aqui reside na forma como a

mente seleciona, filtra as percepções ou informações adquiridas e processa aquilo que interessa ou que está à disposição para gerar idéias, compreensão, entendimento. Isso mostra que as percepções, portanto, a compreensão e o entendimento diferem de pessoa para pessoa. Como a representação externa - modelo, antes de tudo depende de como a pessoa percebe o meio, compreende, representa e procura comunicá-lo os modelos são simplificações da realidade onde parte da informação disponível foi descartada. Esta perda de informações é inerente a cada pessoa, dependem de assunções, simplificações e abstrações eferentes na solução de um problema ou comunicação pretendida. O modelo muitas vezes é despidido de irrelevantes detalhes referindo-se ao fenômeno observado, as abstrações e simplificações são pretendidas para generalizar a obtenção de resultados e assegura verdade em muitas isomórficas situações (Engel e Vogel, 2007; Biembengut, 2003).

Os modelos são ferramentas que ajuda a pessoa a processar informações e estimular novas idéias e compreensões, prover de uma visão estruturada e global que inclui relações abstratas. Capacitam a observar e refletir sobre fenômenos complexos, e ainda, a comunicar as idéias a outras. Trata-se de um importante meio não apenas para facilitar a ação diária das pessoas, considerando que a base de toda tecnologia ou produções encontra-se um modelo, uma representação do fenômeno e das idéias, ainda, estimula o processo mental e ajudando a pensar mais produtivamente.

Assim, se o processo cognitivo se dá na forma de modelos mentais internos, os modelos externos, em particular, os modelos matemáticos podem contribuir para que os estudantes tenham melhor produção lingüística ao utilizar registros diferentes: verbal, vívido e algébrico. Uma vez que a atividade cognitiva atravessa uma evolução complexa que inicia-se como experiência, passa-se a uma outra experiência vivida por gestos e palavras, continua-se conectando com uma representação de dados e que pode culminar com o uso da linguagem matemática ao descrever relações entre as quantidades envolvidas na experiência, descrever os fenômenos ao redor (Arzarello, Pezzi e Robutt, 2007).

- Aplicabilidade e utilidade matemáticas

O meio é rico em formas, em tamanhos, em cores: um cenário repleto de símbolos, signos e significados. Contar e medir são ações requeridas às pessoas, em quase todos os momentos. Além disso, no dia-a-dia, há situações que requerem

decisões. Algumas, relativamente simples como: a hora de acordar, o que e quanto comer, distância a percorrer para chegar a algum lugar. Outras necessitam de algum tipo de raciocínio, como: a quantidade de pisos para cobrir o chão de uma sala, a velocidade de um veículo ao percorrer certa distância em certo tempo. Há ainda aquelas situações cuja resolução não é tão simples, e requerem melhor entendimento sobre quais e como os dados estão relacionados, como: despoluir um rio, evitar que uma doença propague-se, viajar para um outro planeta, dentre outras (Biembengut e Hein, 2007).

Historicamente, matemática tem desenvolvido de aplicações não previamente estudadas matematicamente: algumas dessas situações foram práticas naturais enquanto outras abstraídas. Se estas situações foram práticas ou imaginárias é certo que levaram as pessoas envolvidas a conduzirem certa investigação para resolverem as situações problemas. Eventualmente muitos dos resultados emergem de empenho heurístico empenho tornar a base para teoremas (Wheal, 2007). O fato é que nas bases da tecnologia, das técnicas ou dos objetos de que hoje se dispõem estão os modelos matemáticos elaborados ou (re)elaborados por muitos criadores.

Assim, utilizar-se das situações cotidianas ou do meio circundante podem contribuir, por exemplo, para melhor formação dos estudantes em qualquer fase da escolaridade. Desde identificar, descrever, comparar e classificar os objetos e coisas ao redor; visualizar e representar os mais diversos entes; representar e resolver situações problemas e ainda, melhor compreender os entes que rodeiam. Segundo Usiskin (2007) e Sendova (2007), os modelos aritméticos e geométricos são frequentemente usados nas aulas de matemática, contudo, ausentes em conceitos e linguagem de modelagem. Afirmam que sem esta linguagem e sem tratar das situações cotidianas dos estudantes desde os primeiros anos de escolarização, contribui para esta concepção da matemática pode se tornar divorciada de significado. É de valor para o estudo de Aplicações e Modelagem em Educação Matemática considerar as discussões sobre modelos matemáticos e desenvolver habilidades e conceitos necessários para que o estudante possa melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos frente à aplicabilidade e saber integrar a matemática as outras áreas do conhecimento.

- Metodologia de Pesquisa

No processo de perceber o contexto real, compreender e explicar através de uma linguagem ou sistemas de símbolos e, a seguir, descrever ou representar externamente, pode-se reconhecer os mesmos processos mentais que se realiza para construir o percebido. Isto é, ao se fazer um modelo de um fenômeno observado ou utilizar-se de um modelo para compreensão ou resolução de alguma coisa, pode-se identificar as três fases do processo cognitivo: percepção, compreensão, significação - modelo.

Conforme Biembengut e Hein (2007), representar uma situação real matematicamente envolve série de procedimentos, agrupados em 3 etapas e subdivididas em 7, a saber:

1ª) Percepção: requer da pessoa que vai fazer um modelo matemático - representação externa - que reconheça e situação-problema (→ delimitação do problema) e familiarize-se com o assunto a ser modelado (→ referencial teórico);

2ª) Compreensão: etapa mais desafiante que exige do pesquisador compreensão suficiente para poder levantar hipóteses, formular um modelo matemático (→ desenvolvimento) e resolver o problema a partir do modelo (→ aplicação);

3ª) Significação - modelo: momento final em que se faz interpretação da solução e validação do modelo (→ avaliação). Estas etapas e sub-etapas são as mesmas requeridas em uma pesquisa científica.

Assim, promover Modelagem Matemática no ensino implica também, ensinar o estudante em qualquer nível de escolaridade a fazer pesquisa, sobre um tema de seu interesse. Assim, além de uma aprendizagem matemática mais significativa possibilita o estímulo à criatividade na formulação e na resolução de problemas e senso crítico em discernir os resultados obtidos. Segundo Mudaly (2007), a experiência realizada com estudantes da Educação Secundária levou eles durante o processo de modelagem sentirem necessidade em saber o por quê do resultado da pesquisa e quanto este resultado conduzia a verdade. O processo de modelar envolve criar um problema e tirar conclusões que podem ser extrapoladas ao problema da vida real original. Hironori (2007) afirma que o significado de compreensão psicológica não inclui somente a segurança e convicção do estudante, mas também, simples disposição, julgamento, pensamento e fundamento. O significado de fato objetivo inclui não somente conhecimento obtido por experiências e testes, mas ainda, autoridade do professor, confiável relatório, resultados e provas matemáticas obtidas com ações matemáticas.

- Aprendizagem

Conhecimento é a capacidade da mente em significar ou modelar uma informação ou um evento e utilizá-los em momento oportuno. Reflete a habilidade intrínseca do sistema cognitivo de reorganizar-se, para gerar novos conhecimentos frente a novas necessidades impostas pelo meio. Nem todas as percepções levam a aprendizagem. Aprender implica ter conhecimento e não apenas informação. Segundo Schwarzkopf (2007), esse processo tem três componentes funcionais: símbolos necessários para apresentar o conhecimento dentro algum contexto; contexto de referência para servir de base para a compreensão e interpretação de símbolos e estrutura teórica que provê uma possibilidade em operar com os símbolos de um modo significativo em um contexto de referência. Aprender faz parte da própria estrutura, em certo sentido.

No dia-a-dia, se recebe enormes quantidades de informações, de várias formas e por vários meios, captados pelos sentidos, mas que a mente descartam-nos ou retém-nos por um período de tempo na memória. Segundo WURMAN (1991, p. 146), a aprendizagem está relacionada ao interesse. "O interesse permeia qualquer esforço e vem antes da aprendizagem". Nesses termos, de acordo com o grau de interesse que se tem sobre alguma coisa, a aprendizagem - conhecimento adquirido - pode ficar armazenado numa memória de curto, médio ou longo prazo. "A aprendizagem trata-se de um processo de adaptação às circunstâncias mutáveis e à fixação dos mecanismos de sucesso e fracasso envolvidos no processo. [...] e uma adaptação adquirida como resultado das transações entre o organismo e o meio-ambiente" (GEORGE, 1973, p. 27).

Assim, como a aprendizagem depende do interesse que a pessoa tem por alguma coisa, considera-se que a Modelagem e as Aplicações no âmago da matemática escolar. Todos os estudantes experimentariam a proposta de entender o tangível e o imaginário do meio que lhe rodeia e as habilidades requeridas seriam ferramentas para isto, tais como: fazer predições, analisar dados e utilizando-se de tecnologias disponíveis, simular, discutir e aprender uma situação problema ou contexto de interesse deles. (Saeki, Ujiie e Kuroki, 2007).

Para modelar uma situação ou fenômeno, matematicamente, é necessário que se tenha suficiente experiência ou entendimento da questão para ser capaz de descrever e refinar esta descrição dispondo-a em tabelas, números,

gráficos, etc. (Wheal, 2007). Se a Modelagem e Aplicações tornam-se parte do centro da matemática escolar nas realizações do estudante em situações que eles tem interesse será possível aumentar a compreensão dos estudantes em relação ao uso de dados, estimular o uso de suas autoridades matemáticas, desenvolver a compreensão de fórmulas algébricas e a habilidade de crítica e defesa dos modelos matemáticos criados ou na geração de modelos matemáticos traduzidos em situações da vida real (McNab, Moss, Woodruff e Nason, 2007).

Nas realizações deles haverá uma combinação de habilidade nas tarefas; orientadas tarefas estendidas na direção prever resultados invisíveis (dirigido investigação dirigida) e tarefas individuais ao requer implantar as fases do ciclo da Modelagem e na produção de relatórios ou projetos. O foco da matemática escolar passa-se a construção de representações de situações percebidas e o uso de símbolos usados para representar uma outra percepção da pessoa. Sendova (2007) e Herget (2007) concordam que os modelos matemáticos permitem aos estudantes resolverem situações problemas e que as interpretações geométricas facilitam a compreensão do que é abstrato (simbólico), mudando suas percepções em relação aos entes dos seus redores e diferentes caminhos, e podem estimular seus interesses e, por conseqüência, aprendizagem.

2º foco: Dificuldades em torná-la uma prática de sala de aula

Apesar do número de pesquisas em quase todos os países que aponta vantagens para a relação ensino e aprendizagem utilizando-se de Modelagem e Aplicações Matemáticas nas práticas de sala de aula ainda há resistência por parte da maioria de professores em adotá-la mesmo em países desenvolvidos. Por exemplos, na Alemanha, segundo Schwarzkopf (2007), os estudantes não seguem uma lógica na resolução de um problema, mas sim, seguem a tendência da sala de aula. E ainda, que eles e alguns professores não entendem matematicamente uma situação problema nem o sentido desta situação no 'mundo real'. No Japão, conforme Hironori (2007), de acordo com o 3º Internacional Estudo de Matemática e Ciências (TIMSS) os estudantes têm estado satisfatoriamente no ranking em resolver questões matemáticas, restritas a técnicas; apesar disto, suas realizações/compreensões da utilidade matemática é fraca. Quando são apresentadas situações problemas para os

estudantes holandeses resolverem, por exemplo, a tendência é aplicar modelos proporcionais para a solução. Boa parte dos estudantes inclusive universitários tende a assumir relações lineares ao comparar a probabilidade de dois eventos. Isto é, têm dificuldades em descrever, interpretar, prever e explicar as situações problemas (Wim Van Dooren, Dirk De Bock, Na Hessels, Dirk Janssens e Lieven Verschaffel, 2007). As razões podem ser resumidas em duas: formação dos professores e os exames nacionais para avaliação de estudantes.

- Formação dos Professores

Segundo Biembengut (2005), nos cursos de formação de educadores de matemática, em sua maioria, o currículo ainda permanece subdividido em disciplinas, sem qualquer vínculo uma com a outra, compostas por planos rígidos e metodologias de ensino e de avaliação pautadas na formação tradicional. E, salvo experiências isoladas, as disciplinas específicas são tratadas sem qualquer vínculo às questões que deverão ser lidadas por estes futuros educadores nos Ensinos Fundamental e Médio. Geralmente, as aulas não passam de transposição de conteúdos, exercícios e técnicas ou mesmo de exposição de teoremas e devidas demonstrações desprovidas de objetivos significativos. A maioria dos professores da Educação Superior: raramente relaciona o assunto matemático acadêmico com o que o futuro educador terá que enfrentar; apresenta aplicações, ou ainda, integra conhecimentos, como uma forma de apresentar a ele a interdisciplinaridade; desconhece o meio em que se esses futuros educadores vão atuar a fim de gerar propostas curriculares e metodológicas pertinentes à diversidade cultural e aos saberes existentes; não proporciona pesquisa e quando supõe propor, esta pesquisa é entendida como levantamento de alguma informação. O que com a internet, essa 'pesquisa' limita-se à transposição de dados virtuais para a folha de papel sem que se tenha o trabalho de ler e entender a questão. E mais, defende o currículo e o método utilizados, apesar dos resultados posteriores. Wheal (2007) afirma que há muitas possíveis razões para resistir a mudanças as quais incluem, o sucesso dos professores em ter sobrevivido a uma habilidade baseada em educação escolar, as idéias e abstrações matemáticas e a arrogância as quais podem estar associadas com isto, as dificuldades em administrar larga escala de avaliação de realização de Modelagem e Aplicações e em

escrever materiais apropriados para larga extensão de estudantes e escolas.

Uma mudança da magnitude enfrentada requereria um comprometimento das autoridades para uma formação contínua dos professores, desenvolvendo programas para que: aprimorem o conhecimento e as habilidades deles, mudem as atitudes em prol da aplicabilidade matemática, disponham de suficientes experiências para terem capacidade de descrever, refinar a descrição e ainda representar por tabelas, números e gráficos, modelando uma situação.

- Avaliação Nacional dos Estudantes

Na maioria dos países têm ocorrido mudanças no currículo de matemática que enfatiza a importância de torná-la mais significativa para os estudantes e ainda, que se utilize do processo de modelar para promover conhecimento e habilidade e senso crítico em utilizá-la. Segundo Hironori (2007), um novo currículo tem estado desde 2002 onde estabelece um número de horas-aula para os estudantes encontrarem problemas, aprenderem e pensarem, julgarem subjetivamente sua natureza e habilidade para resolverem problemas. Apesar dessas reestruturações curriculares, Segundo os pesquisadores Antonius (2007), Hironori (2007) e Palm (2007) os exames aplicados aos estudantes no final do Ensino Médio, por exemplo, em seus países, não prioriza os projetos e ainda consistem em exame nos moldes tradicionais, escrito e oral. Assim, forçados a atender os exames preparados pelos burocratas da educação, os professores utilizam-se de estereótipos problemas que são apresentados nos livros didáticos e contextuais, associado às práticas de sala de aula e as expectativas dos estudantes (Bonotto, 2007). Se um currículo de matemática planejado incorpora habilidades investigativas para aplicar matemática, os testes deveriam ser alinhados com as intenções e não deveria ser pedida a reprodução do conhecimento e de algoritmos. (Vos, 2004). Qualquer mudança em currículo, mas particularmente na qual é de magnitude significativa requerem: um professor seguro em relação ao programa a ser desenvolvido e apoiado; provisão de recursos apropriados; mudanças complementares na avaliação das realizações dos estudantes e política educacional e grupos comunitários.

4. Conclusão

Embora pareça existir uma diferença de concepção sobre Modelagem e Aplicação ou utilização de um modelo matemático na resolução de alguma questão, os autores de países e culturas distintas têm dois preceitos comuns: Modelagem e Aplicações matemáticas no ensino contribuem para aprendizagem dos estudantes e os professores precisam aprender para utilizar este método no ensino.

As pesquisas mostram que na medida em que se estimula a curiosidade dos estudantes a compreender o meio em que habitam, a formalizar ou representar diferentes acontecimentos ou informações percebidas e a elaborar categorias próprias como, por exemplo, símbolos e mensagens, a maioria dos estudantes exibe avanço gradual em sua habilidade de entender e de responder as atividades propostas. Isso afeta tanto a avaliação do que eles conhecem como do que desconhecem. Assim, os estudantes, jovens dotados de sentidos imaginativos aguçados podem se atrever na busca de soluções e podem encontrar meios eficazes para prever o curso dos acontecimentos que têm lugar à sua volta.

Para que isso ocorra, contudo, conforme Biembengut (2007) e Bonotto (2007) os professores precisam: modificar a concepção matemática que eles têm, influenciados pela forma com a qual aprenderam; revisar as convicções sobre a aplicabilidade da matemática na resolução de situações problemas do cotidiano; identificar a matemática inserida nas mais diversas áreas do conhecimento humano para tê-la como um ponto de partida nas atividades pedagógicas; levantar as idéias matemáticas e práticas das comunidades culturais, étnicas dos estudantes e procurar modos para incorporar nos conteúdos curriculares elementos que pertencem ao ambiente sócio-cultural dos estudantes nas atividades matemáticas em sala de aula. Em outras palavras, requer do professor conhecimento das mais diversas áreas que integram o currículo escolar e dos meios que lhe facilite diversos níveis de expressão seja lingüísticos, matemáticos, tecnológicos, artísticos e corporais. E ainda, é preciso que este professor sintam-se apto para lidar com situações ou questões estabelecidas pelos estudantes no dia-a-dia da sala de aula e hábil em questioná-los, de forma a permitir que façam elo entre o conhecimento escolar e o extra-escolar. Isso significa que ele seja capaz de modificar no caminho os objetivos de conteúdos na aula, pois vai conviver com número significativo de estudantes de realidades sócio-

culturais distintas e que precisam receber formação geral necessária e suficiente para atuar no meio em que vivem. Condições que remetem aos pesquisadores, a comunidade e aos burocratas educacionais promover esforço conjunto para mudar a cultura de sala de aula: concepções, crenças e atitudes dos professores da Educação Básica e Superior. Mudanças, conforme Wheal (2007) que as nações de conhecimento e países inteligentes não podem ignorar.

6. Referências

1. ANTONIUS, Søren. Validity and competences in modelling based project examination. In: BLUM, Werner et al. Modelling and Applications in Mathematics Education. Springer: New York, 2007 (p. 409-416).
2. ARZARELLO, Ferdinando; PEZZI, Giovanni e ROBUTT, Ornella. Modelling Body Motion: an Approach to Functions Using Measure Instruments. In: BLUM, Werner et al. Modelling and Applications in Mathematics Education. Springer: New York, 2007 (p. 129-136).
3. BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelling and Applications in Primary Education. In: Modelling and Applications in Mathematics Education. New York: Springer, 2007 (p. 451-456).
4. BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática na Formação do Educador de Matemática. In: VII Simpósio de Educación Matemática. Chivilcoy, 2005.
5. BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática: Mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática. Tese de Pós - Doutorado, São Paulo, 2003.
6. BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no Ensino. 5a ed. São Paulo: Contexto, 2007.
7. BLUM, Werner., et al. ICMI Study 14: Applications and Modeling in Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics, 2004.
8. BONOTTO, Cinzia. How to replace the Word problem with activities of realistic mathematical modeling. In: BLUM, Werner et al. Modelling and Applications in Mathematics Education. Springer: New York, 2007 (p. 185-192).
9. CHILDE, Gordon. Evolução cultural do homem. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.
10. D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. 4.ed. São Paulo: Papirus, 1998.
11. DISCUSSION DOCUMENT - ICMI. Applications and Modelling in Mathematics Education. Study 14. ICMI, 2002.
12. ENGEL, Joachim; VOGEL, Markus. Mathematical Problem Solving as Modeling Process. In: BLUM, Werner et al. Modelling and Applications in Mathematics Education. Springer: New York, 2007 (p. 275-284).
13. GEORGE, Frank. Modelos de pensamento. Trad. Mario Guerreiro. Petrópolis: Vozes, 1973.

14. HERGET, Wilfried. Picture (im)perfect Mathematics! In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 379-386).
15. McNAB, Susan; MOSS, Joan; WOODRUF, Earl e NASON, Rod. Investigating Fairness in Ranking Commonwealth Games Performance: Collaborative Mathematical Modelling in a Grade 5/6 Classroom. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 4341-349).
16. MUDALY, Vimolan. Modeling of Real-World Problems is often the Starting Point for Proof. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 503-510).
17. NISS, Mogen; BLUM, Werner e HUNTLEY, Ian (eds), *Teaching of Mathematical Modelling and Application*, Chichester: Ellis Horwood, 1991.
18. OSAWA, Hironori. Development of Applicatons and Modeling by Action Re-Search in Japanese Secondary School. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 249-256).
19. PALM, Torulf. Features and Impact of the Authenticity of Mathematical Scool Task. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 201-208).
20. SACKS, Oliver. *Um Antropólogo em Marte*. São Paulo: Cia das Letras, 1995.
21. SANTOS, Boaventura de Souza. *A Crítica da Razão Indolente: Contra o desperdício da experiência*. São Paulo: Cortez, 2001.
22. SAEKI, Akihiko; UJIE, Akiko e KUROKI, Nobuaki. Students' Analysis of the Cooling Rate of Hot Water in a Mathematical Modelling Process. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 395-402).
23. SCHWARZKOPF, Ralph. Elementary Modelling in Mathematics Lessons: The Interplay between "real-World" Knowlwdge and "Mathematical Structures". In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 209-216).
24. SENDOVA, Evgênia. Motivating young students to study mathematics via visual modelling. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007 (p. 99-108).
25. Site eletrônico do ICMI. Disponível: <www.mathunion.org/Organization/ICMI/>. Acesso em Julho de 2007.
26. USISKIN, Zalman. The Arithmetic Operations as Mathematical Models. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007.
27. VAN DOOREN, Wim; DE BOCK, Dirk; HESSELS, Na; JANSSENS, Dirk; and VERSCHAFFEL, Lieven. Students' Overreliance of Proportionality: Evidence from Primary School Students Solving Elementary Arithmetic Problems. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007.
28. VOS, Pauline. Large-Scale Mathematics Assessment using a Laboratory Environment. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007.
29. WHEAL, Michael. Issues in Implement and Sustaining a Mathematics Curriculum Based on Applications and Modelling - the South Australian Experience. In: BLUM, Werner et al. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Springer: New York, 2007.
30. WURMAN, Richard Saul. *Ansiedade de Informação*. Trad. Virgílio Freire. São Paulo: Cultura Editores Associados, 1991.